Ejercicio 1,a,b, seccion 10.1, kolman 2006

por: Sergio Andrés Granados B.

Dan:

a) L(x,y)=(x+y,x-y)

b) $\mathrm{L}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+1 \\ y-z \end{pmatrix}$

Piden:

- ¿Cuales de las siguientes son transformaciones lineales?

Plan:

- pruebo la igualdad con la propiedad aditiva:

$$L(u+v) = L(u) + L(v)$$

- si satisface la primera propiedad, continuo con la propiedad homogenea:

$$L(\mathrm{ku}) = \mathrm{kL}(u)$$

- si no satisface ninguna de las dos propiedades no es una transformacion lineal.

Ejecucion:

a) L(x,y)=(x+y,x-y)

en terminos de la igualdad dada, aplico la primera propiedad para verificar si se cumple a ambos lados de la igualdad.

$$\boldsymbol{i})L(x+x', y+y') = L(x\,, y) + L(x', y')$$

$$[(x+x')+(y+y')], [(x+x')-(y+y')] = (x+y\,, x-y) + (x'+y', x'-y')$$
$$[(x+y)+(x'+y')], [(x-y)-(x'-y')] = ((x+y)+(x'+y')), ((x-y)-(x'-y'))$$

si se satisface la igualdad por lo tanto continuo con la propiedad homogenea.

$$\boldsymbol{ii})L(\mathrm{ku})$$

$$\begin{aligned} L(\mathrm{kx}, \mathrm{ky}) \\ (\mathrm{kx}+\mathrm{ky}, \mathrm{kx}-\mathrm{ky}) \\ k(x+y), k(x-y) \\ k(x+y, x-y) \\ \mathrm{kL}(x, y) \end{aligned}$$

satisface ambas propiedades por lo tanto si es una transformacion lineal.

b) $\mathrm{L}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+1 \\ y-z \end{pmatrix}$

aplico el mismo procedimiento y empiezo por aplicar la primera propiedad.

$$L\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \\ z+z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x+x')+(1+1) \\ (y+y')-(z+z') \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x+1 \\ y-z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x'+1 \\ y'-z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x+x')+2 \\ (y+y')-(z+z') \end{pmatrix}$$

L no es transformacion lineal ya que el 2 no satisface la ecuacion inicial, deberia ser 1.